

# 简谐激励下柔性卡箍支承管路系统响应

李占营<sup>1</sup>, 王建军<sup>1</sup>, 邱明星<sup>2</sup>

(1. 北京航空航天大学 能源与动力工程学院, 北京 100191;

2. 中国航空发动机集团有限公司 沈阳发动机研究所, 沈阳 110015)

**摘 要:** 针对柔性卡箍支承航空发动机管路系统振动问题,研究了柔性卡箍的刚度特性及其对管路系统响应特性的影响。建立了包含管路和柔性卡箍的管路系统流固耦合有限元模型,给出了系统时域响应的 Newmark 积分方法。采用解析推导和试验测试两种方法对柔性卡箍刚度特性进行了研究,研究结果表明:柔性卡箍的刚度具有明显的分段线性特性。通过对基础简谐激励作用下管路系统时域受迫响应分析,研究了柔性卡箍支承刚度对系统非线性行为的影响。发现柔性卡箍刚度的不对称性较大时,系统的幅频响应特性曲线出现明显的非线性突跳现象;在特定频率范围,响应中存在激励频率的亚谐和超谐分量;随着流体流速和压力的增加,系统固有频率减小。

**关 键 词:** 柔性卡箍; 管路系统; 有限元法; 时域响应; 幅频响应特性

**中图分类号:** V233

**文献标志码:** A

## Responses of pipe system with flexible clamp under harmonic excitation

LI Zhanying<sup>1</sup>, WANG Jianjun<sup>1</sup>, QIU Mingxing<sup>2</sup>

(1. School of Energy and Power Engineering,

Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China;

2. Shenyang Engine Research Institute,

Aero Engine (Group) Corporation of China, Shenyang 110015, China)

**Abstract:** For analysis of vibration of aero-engine pipe system with flexible clamp, the stiffness characteristics of a flexible clamp and the effect of the flexible clamp on the pipe system response were studied, respectively. Considering the fluid-structure interaction, a dynamic model with pipe and flexible clamp was proposed based on the finite element model. The Newmark numerical integration was then utilized to obtain the time-domain responses. The stiffness of the flexible clamp was derived analytically and verified by the test. The result showed that the stiffness of the flexible clamp was piecewise linear stiffness. Responses of a pipe system with flexible clamp under harmonic base excitation were simulated, and the effects of the flexible clamp stiffness on the nonlinear dynamic behavior of the system were also discussed in detail. The results show that the amplitude-frequency curves of the responses become obviously nonlinear with the increase of the flexible clamp stiffness asymmetry. Within certain excitation frequency ranges, both sub-harmonic and multi-harmonic responses

**收稿日期:** 2016-04-04

**作者简介:** 李占营(1983—),男,博士生,主要从事航空发动机强度振动方向研究。

**通讯作者:** 王建军(1956—),男,教授、博士生导师,博士,研究方向为航空宇航推进装置强度振动、振动抑制。

**引用格式:** 李占营,王建军,邱明星. 简谐激励下柔性卡箍支承管路系统响应[J]. 航空动力学报,2017,32(11):2705-2712. LI Zhanying, WANG Jianjun, QIU Mingxing. Responses of pipe system with flexible clamp under harmonic excitation[J]. Journal of Aerospace Power, 2017, 32(11): 2705-2712.

could be found in the system responses. The natural frequencies decreases with the increase of flow velocity and pressure.

**Key words:** flexible clamp; pipe system; finite element method; time-domain response; amplitude-frequency response

航空发动机管路系统用于发动机部件之间以及飞机间的流体输送。由于受到来自发动机转子及传动组件的激励,导致管路系统振动,造成管路故障发生,影响到管路系统甚至航空发动机的安全运行。管路系统的振动属于典型的输液管路振动。作为振动的前沿课题,国内外学者<sup>[1-5]</sup>采用不同方法对输液管路的动力学行为进行了深入的研究。Holmes<sup>[4]</sup>利用 Lyapunov 直接法研究了两端固支输液直管在自激励作用下全局动态行为,研究结果表明该类管路不会发生颤振失稳。金基铎等<sup>[5]</sup>研究了两端固支输液直管在脉动内流作用下的参数共振问题。

由于有限元法的普适性,其在输液管路的研究工作中被广泛采用。Pramila 等<sup>[6]</sup>基于修改的 Timoshenko 梁单元,研究了短粗输液管路的临界流速。Olson 等<sup>[7]</sup>对输液管路流固耦合振动研究的有限元法进行了综述,着重阐述了梁单元计算管路流固耦合振动问题的基本思路。Lin 等<sup>[8]</sup>研究了流速、流体固体质量比等参数对振动极限环幅值的影响。Marzani 等<sup>[9]</sup>研究了非均匀弹性基础上悬臂输液直管的稳定性问题。

柔性卡箍由柔性衬垫、金属片以及螺栓组成,广泛应用于航空发动机管路系统的支承。由于柔性衬垫的使用和结构的不对称性,其刚度具有明显的非线性特点。然而迄今为止,柔性卡箍刚度均采用线性弹性假设。尹泽勇等<sup>[10]</sup>采用试验和理论方法研究了单管接地卡箍和悬地卡箍的刚度特性。朱昭君等<sup>[11]</sup>研究了卡箍长度和厚度参数对卡箍线刚度和角刚度特性的影响。

在支承非线性对管路系统振动特性影响方面,国内外学者做了大量的研究<sup>[12-15]</sup>。Païdoussis 等<sup>[12]</sup>研究了带非线性弹簧支承的悬臂输液直管的非线性动力学行为,给出了弹簧位置、刚度参数对管路失稳形式的影响。包日东等<sup>[13]</sup>采用非线性动力学分析方法,研究了两端一般支承输液直管在自激、参数激励和外激励联合作用下的非线性动力学特性。唐冶等<sup>[14]</sup>采用李兹-伽辽金方法对非线性弹簧支承悬臂输液直管的非线性运动方程进行离散,研究了系统在自激励、参数激励和外

激励联合作用下的非线性动力学行为。Hassan 等<sup>[15]</sup>通过采用不同的时域流体力学模型,研究了浮动支承与管路间隙对多跨管路系统稳定性的影响。然而,分段线性支承对管路系统振动特性影响的研究还罕有报道。

为研究柔性卡箍非线性刚度对航空发动机管路系统振动特性的影响规律,本文首先给出柔性卡箍支承管路系统流固耦合有限元模型,以及时域受迫响应的求解方法。然后,分别采用解析和试验测试两种方法,对柔性卡箍刚度进行定性和定量研究。最后,研究分段线性刚度不对称性和管路参数对系统在不同频率简谐基础激励下受迫响应的影响规律。

1 柔性卡箍支承管路系统模型

1.1 研究对象

研究中间柔性卡箍支承两端固定的航空发动机输液管路系统,如图 1 所示。模型两端固定约束,中间是柔性卡箍支承,流体从左端流入右端流出,简谐位移激励由基础经卡箍传递到管路中间位置。管路的长度和抗弯刚度分别为  $L$  和  $EI$ ,管内流体的平均流速为  $U$ ,中间柔性卡箍的刚度为  $k$ ,基础位移激励为  $y_e$ 。

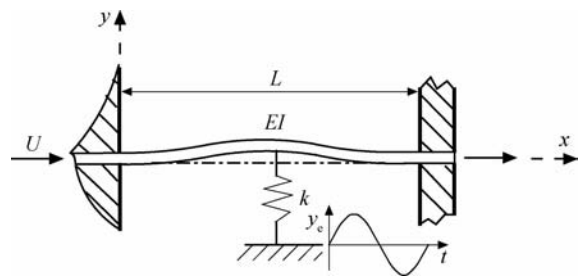


图 1 柔性卡箍支承管路系统的理论模型  
Fig. 1 Theoretical model of pipe system with flexible clamp

1.2 管路有限元离散

根据牛顿第二定律,引入小变形、无黏不可压缩稳定流动假设,并且不考虑重力的影响,管路微元的微分运动方程<sup>[16]</sup>为

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + [\rho_{fl} U^2 - T + pA(1 - 2\nu)] \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + 2\rho_{fl} U \frac{\partial^2 y}{\partial x \partial t} + c \frac{\partial y}{\partial t} + (\rho_{fl} + \rho_{lp}) \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0 \quad (1)$$

式中  $y$  为管路横向位移,  $x$  为管路横截面所处的位置,  $t$  为时间,  $\rho_{lp}$  为管路线密度,  $I$  为截面惯性矩,  $E$  为管路材料的弹性模量,  $\nu$  为泊松比,  $T$  为管路轴向载荷,  $\rho_{fl}$  为管内流体线密度,  $A$  为流体横截面积,  $p$  为流体压力,  $c$  为系统阻尼。式中各项的物理意义分别为弹性恢复力、离心力、哥氏力、阻尼力和惯性力。

采用如图 2 所示流固耦合欧拉管单元<sup>[17]</sup>对式(1)进行离散。

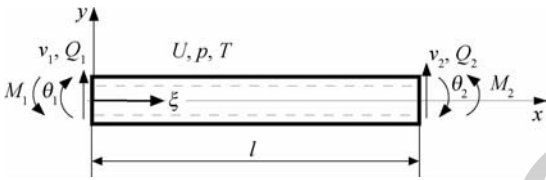


图 2 流固耦合欧拉管单元

Fig. 2 Euler pipe element considering fluid-structure interaction

图 2 中管单元具有两个节点,每个节点具有位移和转角两个位移参数,即节点位移  $v$  和转角  $\theta$ 。  $M$  和  $Q$  分别表示节点弯矩和剪力。该单元采用 Hermite 多项式形函数将节点位移插值得出单元内的挠度  $v(\xi, t)$

$$v(\xi, t) = \sum_{i=1}^4 N_i(\xi) a_i(t) = \mathbf{N} \mathbf{a}^e(t) \quad (2)$$

式中  $\mathbf{N} = [N_1 \quad N_2 \quad N_3 \quad N_4]$  为形函数矩阵;  $\mathbf{a}^e(t) = [v_1 \quad \theta_1 \quad v_2 \quad \theta_2]^T$  为节点位移向量,  $v_1$  和  $v_2$  分别为两个节点位移;  $\theta_1 = (dv/dx)_1$ ,  $\theta_2 = (dv/dx)_2$  分别为两个节点转角;  $\xi$  为单元内的自然坐标,与总体坐标  $x$  的关系如下:

$$\xi = \frac{1}{l}(x - x_1) \quad (3)$$

式中  $l$  为单元长度,  $x_1$  为单元 1 号节点的总体坐标,  $0 \leq \xi \leq 1$ 。  $N_i$  为一阶 Hermite 多项式<sup>[18]</sup>

$$\begin{aligned} N_1(\xi) &= 1 - 3\xi^2 + 2\xi^3 \\ N_2(\xi) &= (\xi - 2\xi^2 + \xi^3)l \\ N_3(\xi) &= 3\xi^2 - 2\xi^3 \\ N_4(\xi) &= (-\xi^2 + \xi^3)l \end{aligned} \quad (4)$$

管单元的单元质量、阻尼和刚度矩阵分别为

$$\mathbf{m}^e = (\rho_{lp} + \rho_{fl}) \int_0^1 \mathbf{N}^T \mathbf{N} l d\xi \quad (5)$$

$$\mathbf{C}^e = c \int_0^1 \mathbf{N}^T \mathbf{N} l d\xi + \rho_{fl} U \int_0^1 (\mathbf{N}^T \mathbf{N}' - \mathbf{N}' \mathbf{N}^T) d\xi \quad (6)$$

$$\mathbf{K}^e = EI \int_0^1 \mathbf{N}''^T \mathbf{N}'' \left( \frac{1}{l} \right)^3 d\xi +$$

$$[T - pA(1 - 2\nu) - \rho_{fl} U^2] \int_0^1 \mathbf{N}'^T \mathbf{N}' \frac{1}{l} d\xi \quad (7)$$

式中  $\mathbf{N}'$  和  $\mathbf{N}''$  分别为形函数矩阵  $\mathbf{N}$  的一阶导数和二阶导数;  $\mathbf{m}^e$  为单元质量矩阵,包含了管路和流体的平动质量和转动惯量;  $\mathbf{C}^e$  为单元阻尼矩阵,包含了结构阻尼项,以及由哥氏力效应引起的陀螺耦合项;  $\mathbf{K}^e$  为单元刚度矩阵,包含了管路应变项,以及管路轴向载荷、流体压力和流体离心力导致的附加项;上标  $e$  表示矩阵为单元矩阵。

至此,由管路微元的运动方程,得到了流固耦合管单元的单元矩阵,实现了对管路的有限元离散。

### 1.3 管路系统运动方程及其求解

管路系统中柔性卡箍采用两节点集中参数弹簧单元进行模拟。柔性卡箍刚度通过输入的力和位移关系曲线来描述。

对管路和柔性卡箍进行有限元离散之后,组集系统中所有单元矩阵得出管路系统的有限元求解方程

$$\mathbf{m} \ddot{\mathbf{a}} + \mathbf{C} \dot{\mathbf{a}} + \mathbf{K} \mathbf{a} = \mathbf{F} \quad (8)$$

式中  $\mathbf{a}$ 、 $\dot{\mathbf{a}}$  和  $\ddot{\mathbf{a}}$  分别为系统的位移、速度和加速度向量;  $\mathbf{m}$  为由管路单元质量矩阵  $\mathbf{m}^e$  组集得出的系统质量矩阵;  $\mathbf{C}$  为由管路单元阻尼矩阵  $\mathbf{C}^e$  组集得到的系统阻尼矩阵;  $\mathbf{K}$  为由管路单元刚度矩阵  $\mathbf{K}^e$  和卡箍弹簧单元刚度矩阵组集得到的系统刚度矩阵;  $\mathbf{F}$  为载荷向量,由柔性卡箍的基础传入管路系统。

本文采用 Newmark 法对式(8)进行求解<sup>[18]</sup>,以得到系统响应的时间历程。

Newmark 法采用  $\Delta t$  区间的有限差分扩展,其中假定

$$\dot{\mathbf{a}}_{t+\Delta t} = \dot{\mathbf{a}}_t + [(1 - \chi)\ddot{\mathbf{a}}_t + \chi\ddot{\mathbf{a}}_{t+\Delta t}]\Delta t \quad (9)$$

$$\mathbf{a}_{t+\Delta t} = \mathbf{a}_t + \dot{\mathbf{a}}_t \Delta t + \left[ \left( \frac{1}{2} - \rho \right) \ddot{\mathbf{a}}_t + \rho \ddot{\mathbf{a}}_{t+\Delta t} \right] \Delta t^2 \quad (10)$$

式中  $\chi$  和  $\rho$  决定了积分稳定性和精度。

为求解  $t + \Delta t$  时刻系统的运动方程

$$\mathbf{m} \ddot{\mathbf{a}}_{t+\Delta t} + \mathbf{C} \dot{\mathbf{a}}_{t+\Delta t} + \mathbf{K} \mathbf{a}_{t+\Delta t} = \mathbf{F}(t)_{t+\Delta t} \quad (11)$$

以得出  $t + \Delta t$  时刻系统各个位置的位移解  $\mathbf{a}_{t+\Delta t}$ 。所以,首先从式(10)得出

$$\ddot{\mathbf{a}}_{t+\Delta t} = \frac{1}{\rho \Delta t^2} (\mathbf{a}_{t+\Delta t} - \mathbf{a}_t) - \frac{1}{\rho \Delta t} \dot{\mathbf{a}}_t - \left( \frac{1}{2\rho} - 1 \right) \ddot{\mathbf{a}}_t \quad (12)$$

将式(12)代入式(9),然后再代入式(11),即可得到从  $a_t, \dot{a}_t, \ddot{a}_t$  计算  $a_{t+\Delta t}$  的两步递推公式

$$\begin{aligned} & \left( \frac{1}{\rho \Delta t^2} m + \frac{\chi}{\rho \Delta t} C + K \right) \dot{a}_{t+\Delta t} = F(t)_{t+\Delta t} + \\ & m \left[ \frac{1}{\rho \Delta t^2} a_t + \frac{1}{\rho \Delta t} \dot{a}_t + \left( \frac{1}{2\rho} - 1 \right) \ddot{a}_t \right] + \\ & C \left[ \frac{\chi}{\rho \Delta t} a_t + \left( \frac{\chi}{\rho} - 1 \right) \dot{a}_t + \left( \frac{\chi}{2\rho} - 1 \right) \Delta t \ddot{a}_t \right] \end{aligned} \quad (13)$$

当柔性卡箍的刚度不采用线弹性假设时,上式中的刚度矩阵是非线性的,可以采用牛顿-拉弗森迭代法进行求解。

通过不同激励频率下管路系统的响应时间历程计算,得出系统的幅频响应曲线。响应时间历程的频谱图通过对时间历程曲线的傅里叶变换得到。

## 2 柔性卡箍刚度特性分析

柔性卡箍作为支承件,广泛应用于航空发动机管路系统,其典型结构如图 3 所示。卡箍由柔性衬垫、金属片以及螺栓组成。接下来将分别采用解析法和试验手段研究柔性卡箍的刚度特性,以进一步研究其对管路系统振动特性的影响。

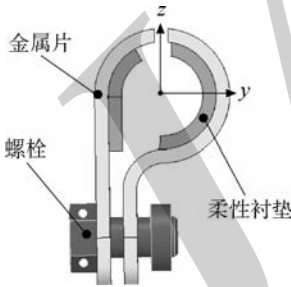


图 3 柔性卡箍结构示意图  
Fig. 3 Sketch of the flexible clamp

### 2.1 刚度解析表达式

图 4 给出了柔性卡箍横向刚度的力学模型以及管路的受力分析图。图中  $k_u$  和  $k_l$  分别为卡箍上部和下部刚度值,  $v$  为管路横向( $y$  方向)位移,  $F_p$  和  $F_n$  分别为卡箍上部左侧和右侧衬垫对管路的作用力,  $P_0$  为螺栓预紧载荷,  $k_p$  和  $k_n$  分别代表由卡箍上部结构和材料不对称引起的刚度值,下标  $p$  和  $n$  分别表示坐标轴  $y$  的正向和负向。管路与弹簧之间的间隙用于代表弹簧可以与管路脱离接触。

柔性卡箍刚度分上下两部分进行讨论。如图

4(a)所示,卡箍总刚度为上下两部分的串联刚度

$$k = \frac{k_u k_l}{k_u + k_l} \quad (14)$$

分析卡箍上部的刚度  $k_u$ 。当卡箍与管路装配的预紧载荷  $P_0$  为零时,管路与左右两侧衬垫恰好接触,因此两侧弹簧均不产生变形。当管路横向位移  $v \geq 0$  mm 时,如图 4(b),管路与左侧衬垫脱离接触,右侧弹簧产生变形及恢复力  $F_p = k_p v$ ,因此,当  $v \geq 0$  mm 时,卡箍上部刚度  $k_u = k_p$ 。当管路横向位移  $v < 0$  mm 时,如图 4(c),管路与右侧衬垫脱离接触,左侧弹簧产生变形及恢复力  $F_n = k_n v$ 。因此,当  $v < 0$  mm 时,卡箍上部刚度  $k_u = k_n$ 。

当卡箍与管路装配的预紧载荷  $P_0$  不为零时,管路的受力如图 4(d)。此时,由于预紧载荷的作用,管路会与左右衬垫均发生接触,卡箍左右两侧均产生预紧变形。假定此时管路横向位移  $v = 0$ ,则管路的平衡方程为

$$F_p - F_n = 0 \quad (15)$$

从而  $F_p = F_n = P_0$ ,左右两侧弹簧的预紧量分别为

$$v_p = P_0 / k_p, \quad v_n = P_0 / k_n \quad (16)$$

当卡箍与管路装配的预紧载荷  $P_0$  不为零,且管路横向位移  $v > 0$  时,其受到卡箍上部左侧的预紧载荷不变,受到卡箍上部右侧的恢复力变为  $F_p = P_0 + k_p v$ ,卡箍上部刚度同样表现为  $k_u = k_p$ 。当管路横向位移  $v < 0$  时,其受到卡箍上部右侧的预紧载荷不变,受到卡箍上部左侧的恢复力变为  $F_n = P_0 + k_n v$ ,此时卡箍上部刚度同样表现为  $k_u = k_n$ 。

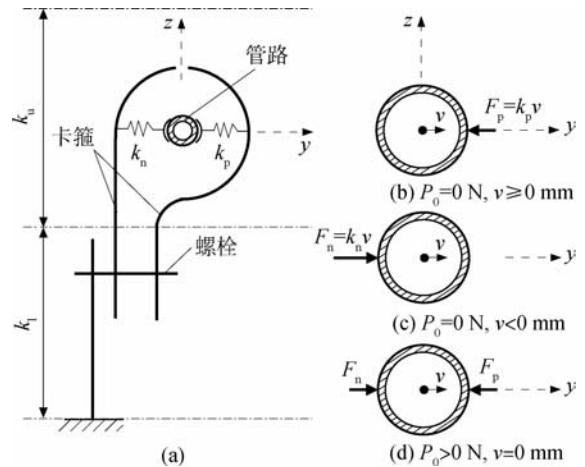


图 4 柔性卡箍刚度模型及管路受力分析

Fig. 4 Flexible clamp stiffness model and the forces acting on the pipe

综上所述,可以得出卡箍上部刚度仅取决于结构和材料的对称性,而与卡箍的螺栓预紧载荷无关。因此,卡箍的上部刚度可以表示为

$$k_u = \begin{cases} k_p & v \geq 0 \\ k_n & v < 0 \end{cases} \quad (17)$$

综合考虑式(14)和式(17)得出柔性卡箍横向总刚度的示意图,如图 5 所示。可以看出,柔性卡箍刚度具有明显的分段线性特性,正反两向刚度差值的大小取决于上部结构、材料的对称性。

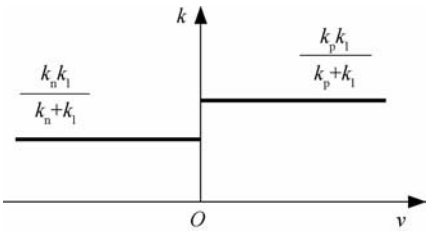


图 5 柔性卡箍总刚度  
Fig. 5 Total stiffness of the flexible clamp

另一方面,由图 4(a)可以看出,卡箍下部刚度  $k_l$ ,取决于下部分的结构形式以及螺栓预紧力矩的大小。在结构形式一定时,装配螺栓的预紧力矩越大,预紧载荷将越大,进而这部分的连接刚度越大,最终卡箍下部刚度  $k_l$  也越大。

2.2 刚度试验

采用文献[10]中的悬挂砝码法测量柔性卡箍的横向刚度。卡箍刚度测量装置如图 6 所示。

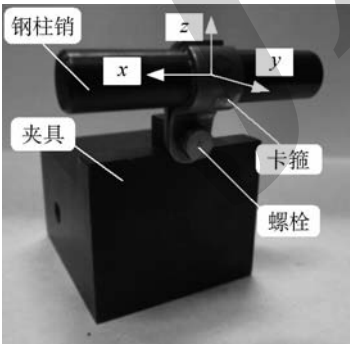


图 6 卡箍刚度测试装置  
Fig. 6 Equipment of the clamp stiffness test

选取  $\phi 14$  卡箍作为试验件,其中  $\phi 14$  指该卡箍用于支承外径为 14 mm 的管路。通过测试得到  $\phi 14$  卡箍在安装预紧力矩  $M_0$  分别为  $2\text{ N}\cdot\text{m}$  和  $3\text{ N}\cdot\text{m}$  时  $y$  方向的刚度数据,如图 7 所示。图中数据点为测试得到的不同外载荷时卡箍刚度数值,连续的实线为该方向上刚度的均值,横坐标

为施加的外载荷,其中载荷前的负号“ $-$ ”表示载荷为负  $y$  方向。

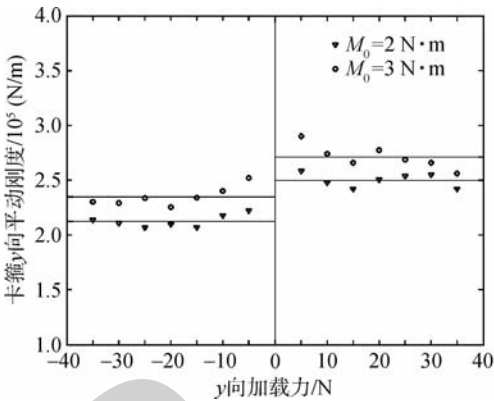


图 7 卡箍  $y$  方向平动刚度  
Fig. 7 Translational stiffness of the clamp in the  $y$  direction

可以看出:

- 1) 在不同外加载荷下所测卡箍刚度数值虽然具有一定的发散性,但发散性不大,规律基本一致,因此可以认为测量结果是可靠的。
- 2) 预紧力矩一定时,卡箍的  $y$  方向平动刚度具有明显的分段特性,外载荷的零点是卡箍刚度转变的点。图中卡箍正负方向的分段线性刚度与文中第 2.1 节中图 5 中得到的分段线性变换规律具有很好的一致性,这验证了卡箍刚度解析表达式的推导过程。
- 3) 加载方向一定时,卡箍刚度随着预紧力矩的增加而增加,当预紧力矩由  $2\text{ N}\cdot\text{m}$  增加到  $3\text{ N}\cdot\text{m}$  时,卡箍负  $y$  方向刚度的均值由  $212.4\text{ kN/m}$  增加到  $235.0\text{ kN/m}$ ,这一规律验证了文中第 2.1 节对卡箍组件下部刚度分析的结论。

3 管路系统响应分析

以图 1 所示管路系统为对象,研究简谐基础激励作用下系统的受迫响应特性。模型中直管长度为  $1000\text{ mm}$ ,外径为  $7\text{ mm}$ ,壁厚为  $1\text{ mm}$ ,管路材料的弹性模量为  $200\text{ GPa}$ ,泊松比为  $0.3$ ,密度为  $7850\text{ kg/m}^3$ 。流体充满管路,流体密度为  $872\text{ kg/m}^3$ ,最大流速为  $300\text{ m/s}$ ,最大压力为  $28\text{ MPa}$ 。柔性卡箍刚度  $k$  的表达式为

$$k = \begin{cases} \beta k_n & v \geq 0 \\ k_n & v < 0 \end{cases} \quad (18)$$

式中  $k_n = 271\text{ N/mm}$ ,  $\beta$  为正反方向的刚度比例因子。简谐位移激励作用在柔性卡箍的基础上,激励幅值为  $1\text{ mm}$ 。

3.1 基础激励下的受迫响应

取  $\beta=0.5$ ,图 8 给出了不同激励频率( $f_e$ )下的基础激励及管路中间节点的时间历程。每幅图上部为基础激励时间历程( $y_e$ ),下部为管路中间节点响应时间历程( $y_r$ )。

观察管路节点的位移响应时间可以发现,各激励频率下,其均值分别为 $-0.068$ 、 $-0.428\text{ mm}$ 和 $-0.030\text{ mm}$ ,均在零以下,这是由柔性卡箍的分段线性刚度引起的。卡箍负方向的刚度大于正方

向历程的刚度,因此,负方向运动时,由基础传递到管路的激励力大于正方向运动时的激励力。此外,管路位移响应时间历程中存在激励频率的亚谐和超谐分量,而且不同激励频率下,响应曲线的形态存在较大差异。

通过对不同激励频率下管路中间节点响应时间历程进行傅里叶变换,得出图 9 所示幅频响应曲线,图中横坐标为傅里叶变换频率,纵坐标 $|Y(f)|$ 为各频率分量的幅值,标示点为响应的主

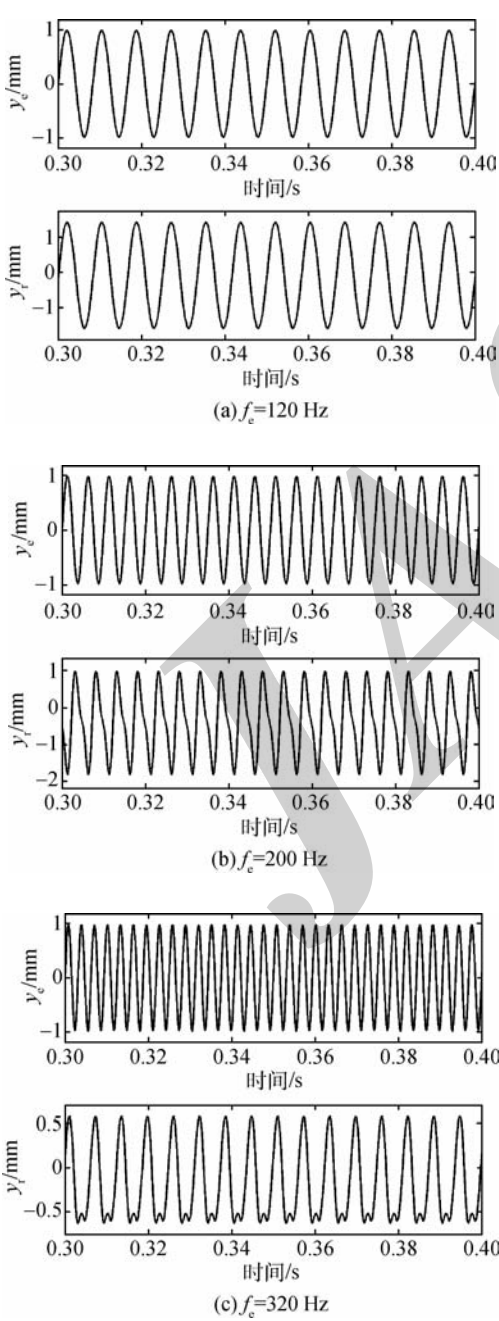


图 8 不同激励频率下管路节点的响应  
Fig. 8 Responses of the pipe node at different excitation frequencies

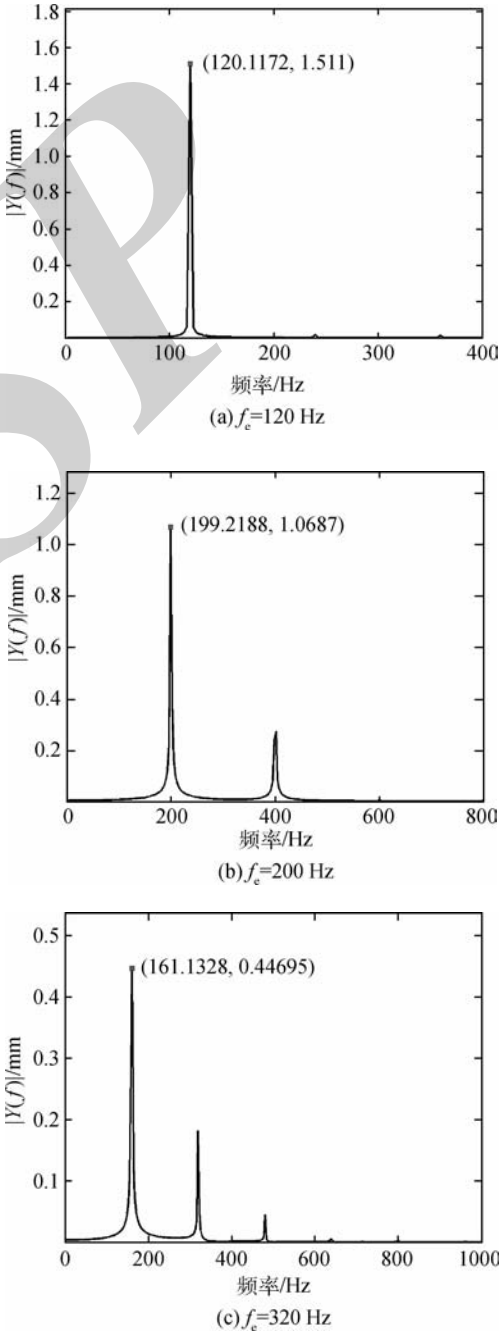


图 9 不同激励频率下管路节点的幅频响应曲线  
Fig. 9 Amplitude-frequency curves of the pipe node response at different excitation frequencies

频及幅值。

由图 9 可以看出,当激励频率  $f_e=120\text{ Hz}$  时,响应中存在的倍频分量不明显。而当激励频率升高到  $200\text{ Hz}$  时,响应中激励频率的倍频分量非常明显。当激励频率达到  $320\text{ Hz}$  时,响应中的亚谐分量更加明显,图 9(c)中可以观察到明显的  $1/2$  倍频成分。这种动力学行为在间隙连接系统中较为普遍<sup>[19]</sup>。对于本文研究的柔性卡箍支承管路系统,这一现象的产生主要是因为柔性卡箍的分段线性刚度引起的。

3.2 刚度不对称性对管路幅频响应的影响

为了进一步研究柔性卡箍分段线性刚度对管路动力学特性的影响,考虑式(18)中  $\beta$  值变化。图 10 给出了  $\beta$  分别取  $0.1$ 、 $0.5$  和  $1.0$  时,管路的幅频响应曲线。

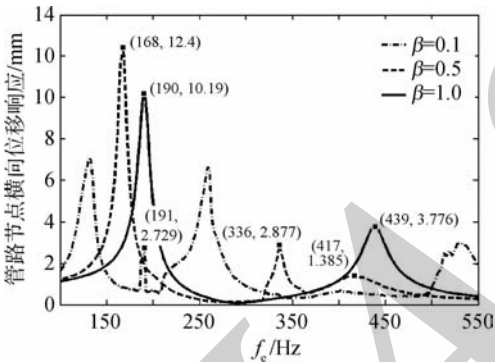


图 10 不同  $\beta$  下管路的幅频响应曲线  
Fig. 10 Amplitude-frequency curves of pipe response for different  $\beta$  values

这三条幅频曲线描述了对应系统的传递特性。当  $\beta$  取  $1.0$  时,响应幅频曲线在  $190\text{ Hz}$  和  $439\text{ Hz}$  处存在共振峰,即基础激励激起了管路系统在  $600\text{ Hz}$  范围内的两阶固有模态。而  $\beta$  取  $0.5$  时,响应的幅频曲线存在  $168$ 、 $336$ 、 $417\text{ Hz}$  三处共振峰。其主共振频率在  $168\text{ Hz}$  附近,与  $\beta$  取  $1.0$  时的  $190\text{ Hz}$  相比,产生了偏移。主共振频率的降低主要是由于柔性卡箍正向刚度降低造成的。第二个共振峰对应的  $336\text{ Hz}$  为主共振频率的 2 倍。第三个共振峰在  $417\text{ Hz}$  附近,与  $\beta$  取  $1.0$  时的  $439\text{ Hz}$  相比,同样由于卡箍正方向的刚度降低而产生了偏移。当  $\beta$  取  $0.1$  时,幅频响应曲线与  $\beta$  取  $0.5$  时相似,同样存在共振峰的偏移。另一方面,随着  $\beta$  值减小到  $0.1$ ,系统非线性程度增加,幅频响应曲线在  $191\text{ Hz}$  处出现明显的跳跃现象。柔性卡箍支承管路系统的上述非线性特征主要是由于卡

箍结构、材料不对称导致的刚度不对称引起的。

3.3 管路参数对系统响应的影响

流体平均流速对管路系统的振动特性有着重要影响。基于  $\beta=1.0$  模型,分别计算  $U=0, 300\text{ m/s}$  时管路的幅频响应特性。图 11 给出了管路响应幅值随激励频率变化的曲线。

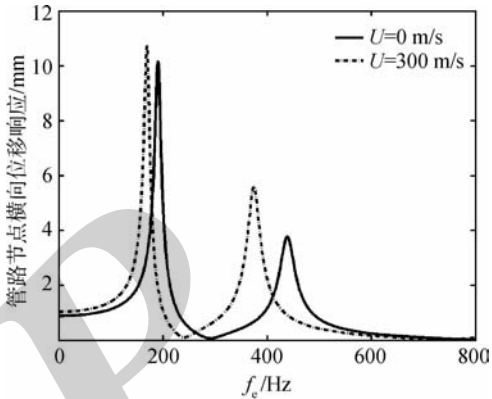


图 11 不同流速下管路幅频响应曲线  
Fig. 11 Amplitude-frequency curves of pipe response for different flow velocities

由图 11 可以看出,随着流速的增加,响应曲线的共振峰个数没有变化,但共振峰对应的激励频率向左产生了偏移,且共振峰的幅值有小幅增高。这是由于流体平均流速的增高,降低了系统的总刚度引起的。

管路内压力  $p=0, 28\text{ MPa}$  时,管路的幅频响应曲线如图 12 所示。可以看出,随着压力的增加,响应曲线的共振峰个数没有变化,共振峰对应的激励频率向左产生了微小偏移。这说明在给定的流体压力范围内,系统的总刚度变化很小,不会对共振频率产生明显的影响。

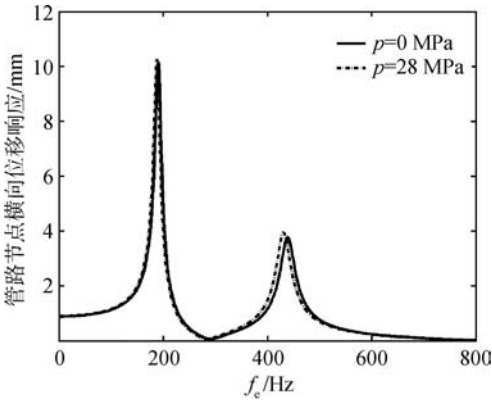


图 12 不同压力下管路的幅频响应曲线  
Fig. 12 Amplitude-frequency curves of pipe response for different flow pressures

## 4 结 论

通过上述研究,得出以下结论:

1) 由于结构和材料的不对称性,柔性卡箍的横向刚度具有分段线性的特点。

2) 柔性卡箍刚度的不对称性较大时,幅频响应曲线出现明显的非线性突跳现象。

3) 在特定激励频率区间,分段线性支承管路的响应中存在激励频率的亚谐和超谐分量。

4) 管内流体流速和压力仅影响幅频响应曲线的共振频率大小,而不改变系统幅频响应曲线的形状。

本文的研究为今后柔性卡箍的设计、以及柔性卡箍支承管路系统的动态响应和振动控制提供理论依据。必须指出的是,本文的结果是建立在简单直管研究的基础之上的,如果管路为空间任意几何形式,幅频响应曲线是否会出现明显的非线性,还需要作进一步的深入研究。

## 参考文献:

[1] PAIDOUSSIS M P, LI G X. Pipes conveying fluid: a model dynamical problem[J]. *Journal of Fluids and Structures*, 1993, 7(2): 137-204.

[2] 任建亭, 姜节胜. 输流管道系统振动研究进展[J]. *力学进展*, 2003, 33(3): 313-324.  
REN Jianting, JIANG Jiesheng. Advances and trends on vibration of pipes conveying fluid[J]. *Advances in Mechanics*, 2003, 33(3): 313-324. (in Chinese)

[3] IBRAHIMR A. Overview of mechanics of pipes conveying fluids; Part I fundamental studies[J]. *Journal of Pressure Vessel Technology*, 2010, 132(3): 034001. 1-034001. 32.

[4] HOLMES P J. Pipes supported at both ends cannot flutter[J]. *Journal of Applied Mechanics*, 1978, 45(3): 619-622.

[5] 金基铎, 宋志勇, 杨晓东. 两端固定输流管道的稳定性和参数共振[J]. *振动工程学报*, 2004, 17(2): 190-195.  
JIN Jiduo, SONG Zhiyong, YANG Xiaodong. Stability and parametric resonances of a clamped-clamped pipe conveying fluid[J]. *Journal of Vibration Engineering*, 2004, 17(2): 190-195. (in Chinese)

[6] PRAMILA A, LAUKKANEN J, LIUKKONEN S. Dynamics and stability of short fluid-conveying Timoshenko element pipes[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 1991, 144(3): 421-425.

[7] OLSON L G, JAMISON D. Application of a general purpose finite element method to elastic pipes conveying fluid[J]. *Journal of Fluids and Structures*, 1997, 11(2): 207-222.

[8] LIN Y H, TSAI Y K. Nonlinear vibrations of Timoshenko pipes conveying fluid[J]. *International Journal of Solids*

and Structures, 1997, 34(23): 2945-2956.

[9] MARZANI A, MAZZOTTI M, VIOLA E, et al. FEM formulation for dynamic instability of fluid-conveying pipe on nonuniform elastic foundation[J]. *Mechanics Based Design of Structures and Machines*, 2012, 40(1): 83-95.

[10] 尹泽勇, 陈亚农. 卡箍刚度的有限元计算与试验测定[J]. *航空动力学报*, 1999, 14(2): 179-182.  
YIN Zeyong, CHEN Yanong. Finite element analysis and experimental measurement of stiffness of hoop[J]. *Journal of Aerospace Power*, 1999, 14(2): 179-182. (in Chinese)

[11] 朱昭君, 陈志英. 卡箍的参数化建模及参数对刚度的影响[J]. *河南科技大学学报(自然科学版)*, 2011, 32(5): 12-15.  
ZHU Zhaojun, CHEN Zhiying. Parametric modeling and effect of parameters on stiffness for clamp[J]. *Journal of Henan University of Science and Technology (Natural Science)*, 2011, 32(5): 12-15. (in Chinese)

[12] PAIDOUSSIS M P, SEMLER C, WADHAM-GAGNON M, et al. Dynamics of cantilevered pipes conveying fluid; Part 2 dynamics of the system with intermediate spring support[J]. *Journal of Fluids and Structures*, 2007, 23(4): 569-587.

[13] 包日东, 金志浩, 闻邦椿. 一般支承条件下输流管道的非线性动力学特性研究[J]. *振动与冲击*, 2009, 28(7): 153-157.  
BAO Ridong, JIN Zhihao, WEN Bangchun. Nonlinear dynamic characteristics of a fluid conveying pipe under condition of commonly elastic supports[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2009, 28(7): 153-157. (in Chinese)

[14] 唐治, 方勃, 张业伟, 等. 非线性弹簧支承悬臂输流管道的分岔与混沌分析[J]. *振动与冲击*, 2011, 30(8): 269-274.  
TANG Ye, FANG Bo, ZHANG Yewei, et al. Bifurcation and chaos analysis of cantilever pipeline conveying fluid with nonlinear spring support[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2011, 30(8): 269-274. (in Chinese)

[15] HASSAN M A, ROGERS R J, GERBERG A G. Damping-controlled fluid elastic instability forces in multi-span tubes with loose supports[J]. *Nuclear Engineering and Design*, 2011, 241(8): 2666-2673.

[16] PAIDOUSSIS M P. Fluid-structure interactions: slender structures and axial flow[M]. London: Academic Press Limited, 1998.

[17] 李占营, 王建军, 邱明星. 航空发动机空间管路的流固耦合振动特性[J]. *航空动力学报*, 2016, 31(10): 2346-2352.  
LI Zhanying, WANG Jianjun, QIU Mingxing. Dynamic characteristics of aeroengine pipe system considering fluid-structure coupling[J]. *Journal of Aerospace Power*, 2016, 31(10): 2346-2352. (in Chinese)

[18] 王勖成. 有限单元法[M]. 北京: 清华大学出版社, 2010.

[19] HAYASHI C, SHEPARD S, WINKLER I, et al. Nonlinear oscillations in physical systems[M]. New York: McGraw-Hill, 1964.